ANNEE 1975

# CONCOURS D'ADMISSION A L'ECOLE DE L'AIR

**(Elèves officiers de l'Air, Elèves Officiers Mécaniciens de l'Air, Elèves Officiers des Bases de l'Air)**

## DEUXIÈME COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée 3 heures)

### I

Un espace affine euclidien réel de dimension 3 est rapporté à un repère orthonormé $O\,\vec{i}\,\vec{j}\,\vec{k}$. La sphère (S), de centre O, de rayon 1, peut être représentée par les coordonnées d'un de ses points M : $\begin{cases} x = \cos\theta\cos\varphi \\ y = \sin\theta\cos\varphi \\ z = \sin\varphi \end{cases}$

Si $\varphi$ est une fonction dérivable de $\theta$, M décrit, quand $\theta$ varie, une courbe de (S) admettant en M une tangente MT. Déterminer les fonctions $\varphi$ de $\theta$ telles que MT reste tangente à la surface $(\Sigma)$ d'équation $X^2 + Y^2 - Z^2 + 1 = 0$ (il suffira d'écrire que cette tangente coupe $(\Sigma)$ en deux points confondus, qu'on appellera P).

### II

Parmi les courbes solutions de I figure la courbe (C) décrite par le point M :

$x = \dfrac{\cos\theta}{\operatorname{ch}\theta}, \quad y = \dfrac{\sin\theta}{\operatorname{ch}\theta}, \quad z = \operatorname{th}\theta.$

On calculera les coordonnées X, Y, Z, du point P correspondant. On appellera m, p, (c), $(\gamma)$ les projections sur le plan xOy des points M, P et de leurs lieux (C), $(\Gamma)$ quand $\theta$ décrit $\mathbb{R}$.

Calculer le rayon de courbure de (c) en m, chercher son maximum. On rappelle la formule donnant le rayon de coubure $R = \dfrac{(x'^2 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}{x'y'' - y'x''}$.

Le plan xOy coupe en T la tangente à (C) en M ;
en U la tangente à $(\Gamma)$ en P ;
et coupe le plan osculateur à (C) en M suivant une droite $(\Delta)$. Placer $(\Delta)$ par rapport aux lieux des points T, U. Montrer que le triangle pTU est isocèle. Quel est le centre de courbure en U du lieu de U ?

On tracera une figure soignée des positions de m, p, T, U, $(\Delta)$ pour $\theta = \dfrac{\pi}{3}$ et on indiquera l'allure des lieux de ces 4 points.

On pourra prendre $\operatorname{ch}\dfrac{\pi}{3} = 1{,}60$

$\operatorname{sh}\dfrac{\pi}{3} = 1{,}25$ (à moins de 0,01 près).

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes




Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail